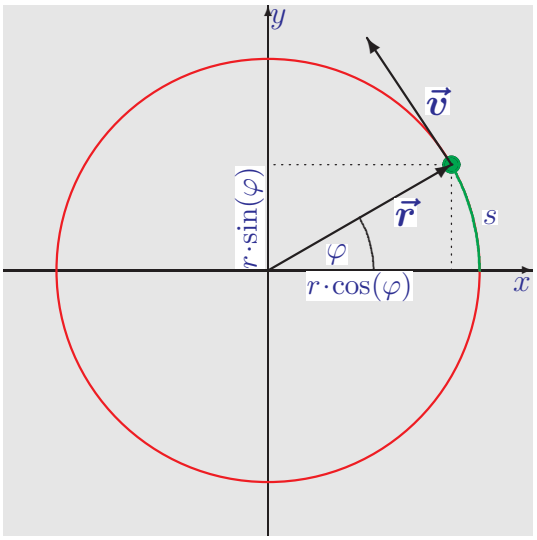
Fizyka
Laboratorium nr 6

Stefan Sokołowski

Ściąga z niejednostajnego ruchu po okręgu:



Jeśli punkt porusza się po okręgu o promieniu r, to jego położenie w chwili t można wyznaczyć przy pomocy pojedynczej funkcji od czasu, t.zw. *drogi kątowej* $\varphi(t)$:

$$\vec{r}(t) \;=\; r \cdot \big(\cos(\varphi(t))\,,\, \sin(\varphi(t))\big)$$

Długość łuku okręgu odpowiadającego kątowi φ wynosi

$$s \;=\; r{\cdot}\varphi$$

Prędkość kątowa to pochodna drogi kątowej po czasie:

$$\omega(t) \;=\; \varphi'(t)$$

Z prędkości kątowej wynika zwykła *prędkość liniowa* punktu na okręgu:

$$\vec{v}(t) \;=\; \vec{r}\,'(t) \;=\; r{\cdot}\omega(t) \cdot \big(-\,sin(\varphi(t))\,,\, \cos(\varphi(t))\big)$$

Wektor prędkości liniowej $\vec{v}(t)$ jest zawsze prostopadły do wektora wodzącego punktu $\vec{r}(t)$ (czyli styczny do okręgu), a jego wartość bezwzględna (długość) wynosi:

$$v(t) \;=\; r{\cdot}\omega(t)$$

Przyspieszenie kątowe to pochodna prędkości kątowej po czasie

$$\alpha(t) \;=\; \omega'(t) \;=\; \varphi''(t)$$

Z przyspieszenia kątowego wynika zwykłe *przyspieszenie liniowe* punktu na okręgu:

$$\vec{a}(t) \;=\; \vec{v}\,'(t) \;=\; \vec{r}\,''(t) \;=\; \underbrace{\frac{\alpha(t)}{\omega(t)} \cdot \vec{v}(t)}_{\text{przyspieszenie styczne}} \quad \underbrace{-\,\omega(t)^2 \cdot \vec{r}(t)}_{\text{przyspieszenie normalne}}$$

Zadanie 1 (ruch po okręgu)**:**

Dla każdego z poniżej podanych wzorów na drogę kątową $\varphi(t)$ punktu poruszającego się po okręgu o promieniu r proszę:

- wyliczyć prędkość kątową $\omega(t)$ i przyspieszenie kątowe $\alpha(t)$ (obie rzeczy są funkcjami od t);
- znaleźć zależne od promienia r położenie $\vec{\boldsymbol{r}}(t)$, prędkość liniową $\vec{\boldsymbol{v}}(t)$ i przyspieszenie liniowe $\vec{\boldsymbol{a}}(t)$ punktu;
- z wzorów na te wielkości można wyeliminować argument t, biorąc pod uwagę, że
  $r \cdot \cos(\varphi(t)) = x$ — współrzędna pozioma punktu,
  $r \cdot \sin(\varphi(t)) = y$ — współrzędna pionowa punktu;
- w laboratorium ruchu[1] przyjąć promień okręgu $r = 0.8$, następnie odpowiednio wypełnić rubryki położenia i prędkości początkowej $\vec{\boldsymbol{r}}(0)$ i $\vec{\boldsymbol{v}}(0)$ oraz przyspieszenia $\vec{\boldsymbol{a}}(t)$ wg wyliczonego wzoru;
- uruchomić animację i zaobserwować, jak zachowuje się wektor przyspieszenia (niebieski) zależnie od podanej na początku drogi kątowej.

(a) $\varphi(t) = t$ (b) $\varphi(t) = -3 \cdot t$ (c) $\varphi(t) = t^2$ (d) $\varphi(t) = \frac{1}{t+1}$

Zostać dzikusem, pra-pra-dzikusem
i mieć maczugę i krzepę lwa.
Wziąłbyś tylko zamach spory,
zgodnie z newtonowskim wzorem,
że **siła to $\boldsymbol{m}$ razy $\boldsymbol{a}$**.

Zadanie 2 (masa, prędkość, siła, droga)**:**

Załóżmy, że masa samolotu wynosi $3800\,\mathrm{kg}$, minimalna prędkość jego lotu wynosi $160\,\frac{\mathrm{km}}{h}$, a siła ciągu jego silników wynosi $9810\,N$. Jak musi być minimalna długość pasa startowego, żeby samolot mógł wystartować?

Zadanie 3 (opór powietrza)**:**

Kula żelazna o promieniu $r = 0.2\,m$ spada w przyspieszeniu ziemskim ($9.81\,\frac{m}{s^2}$), ale prędkość spadku hamuje siła oporu powietrza o wartości

$$r^2 \cdot v^2 \cdot 0.85\,\tfrac{\mathrm{kg}}{m^3}$$

gdzie r oznacza promień kuli, a v — prędkość spadania. Przy jakiej prędkości opór wzrośnie na tyle, że spadek kuli przestanie przyspieszać?

Wskazówka:
Do rozwiązania tego zadania potrzebna jest jeszcze jedna wielkość, nie podana w treści, ale łatwa do znalezienia np. w Wikipedii.

---

[1] stefan.info.pl/Dydaktyka/Fizyka/Slajdy/LabRuchu/